

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

۴

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ پیش آزمون: مهر ماه ۱۴۰۳

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: همنهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر $-\frac{1}{4} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$ مقدار $\tan x$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۲- نقطه $A(x, 1-2x)$ روی دایره مثلثاتی واقع شده است. اگر S مساحت و P محیط مثلث OAB باشد، $\frac{S}{P}$ کدام است؟



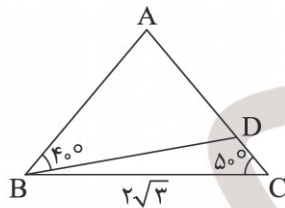
- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{2}{5}$

- (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۳- اگر $P = \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{4\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4}$ مقدار $\frac{P+1}{P-1}$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۴- اگر $AB = AC$ مقدار AD چه عددی است؟



- (۱) $2\sqrt{2}$

- (۲) ۲

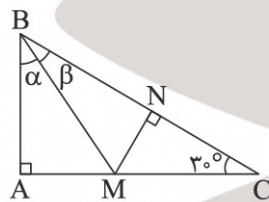
- (۳) $2\sqrt{3}$

- (۴) $\sqrt{3}$

۵- اگر $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{1}{4}$ مقدار $A = \frac{1}{\sin^6 \alpha} + \frac{1}{\cos^6 \alpha}$ چه عددی است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۶۴ (۴) ۲۴

۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) اگر $C = 30^\circ$ و $3 \sin \alpha = 2 \sin \beta$ مقدار NC چند برابر AM است؟



- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

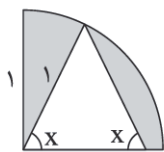
- (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

- (۴) $2\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

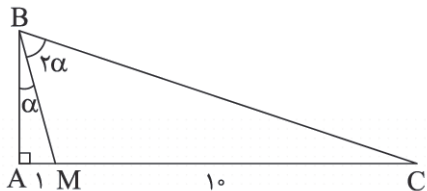
۷- مثلث متساوی الساقین ABC مطابق شکل درون ربع دایره محاط شده است. اگر مساحت دو قسمت رنگی با هم برابر باشند، حاصل



$A = 2x - \sin 2x$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$
- (۲) $\frac{\pi}{2}$
- (۳) $\frac{\pi}{3}$
- (۴) $\frac{\pi}{6}$

۸- در مثلث قائم الزاویه ABC نقطه M روی AC چنان اختیار شده که $MC = 10$ و $AM = 1$. مساحت مثلث BMC کدام است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۸

۹- هرگاه $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})\cos(\alpha + \frac{\delta\pi}{4}) = \frac{1}{4}$ مقدار $\cos 2\alpha$ چه عددی است؟

- (۱) ± 1
- (۲) $\pm \frac{1}{2}$
- (۳) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) صفر

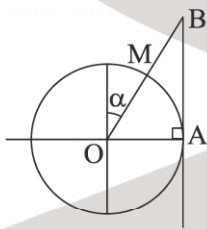
۱۰- هرگاه $\frac{\pi}{9} < \alpha < \frac{\delta\pi}{18}$ و $\sin 3\alpha = \frac{2m}{m+1}$ حدود m کدام است؟

- (۱) $-1 < m \leq 1$
- (۲) $m > \frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{3} < m \leq 1$
- (۴) $-1 < m < \frac{1}{3}$

۱۱- اگر $A = (1 - \cos \frac{\pi}{12})(1 - \cos \frac{\delta\pi}{12})$ و $B = (1 + \cos \frac{\pi}{12})(1 + \cos \frac{\delta\pi}{12})$ ساده شده AB کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) $\frac{1}{16}$

۱۲- در دایره مثلثاتی رسم شده اگر $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ مقدار MB چه عددی است؟



- (۱) $\sqrt{3} + 1$
- (۲) $\sqrt{6} - 1$
- (۳) $\sqrt{6} + 1$
- (۴) $\sqrt{3} + 3$

محل انجام محاسبات

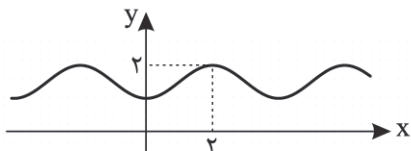
۱۳- کمترین مقدار $f(x) = \cos 2x + 4 \sin x$ با بیشترین مقدار تابع $g(x) = \frac{a}{2 \sin^2 x + 3}$ برابر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۲۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱

۱۴- تابع $f(x) = 2 \sin^2(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{8})$ در بازه $(\alpha, \frac{13}{4})$ یکنوای اکید است، نوع یکنوایی و حداکثر مقدار α کدام است؟

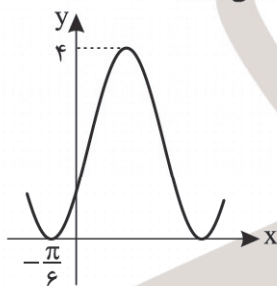
- (۱) ۸/۵ و نزولی اکید
 (۲) ۱۰/۵ و نزولی اکید
 (۳) ۸/۵ و صعودی اکید
 (۴) ۱۰/۵ و صعودی اکید

۱۵- $f(x) = a - \cos^2(bx)$ شکل زیر است. مقدار $f(15)$ چه عددی است؟



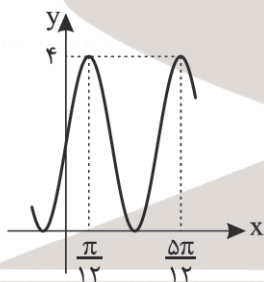
- (۱) ۵/۴
 (۲) ۷/۴
 (۳) ۴/۳
 (۴) ۳/۲

۱۶- با فرض $b > 0$ بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + c \times \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ شکل زیر است. مقدار $ca + b$ چه عددی است؟



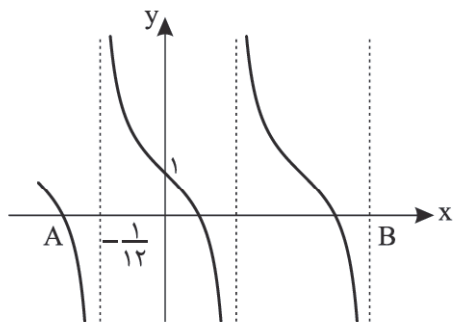
- (۱) ۲
 (۲) -۲
 (۳) ۶
 (۴) ۴

۱۷- نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx)$ شکل زیر است. مقدار ab کدام است؟



- (۱) -۶
 (۲) -۳
 (۳) -۱۲
 (۴) -۹

۱۸- نمودار $f(x) = b + \tan \frac{a\pi}{b} x$ شکل زیر است. اندازه پاره خط AB کدام است؟



(۱) $\frac{5}{8}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}$

۱۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازیند.

ج) دو صفحه عمود بر یک صفحه با هم موازیند.

ب) دو صفحه عمود بر یک خط با هم موازیند.

د) دو خط موازی با یک صفحه با هم موازیند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰- دو صفحه P و Q و خط L بر صفحه R عمود هستند. کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

(۱) خط L با دو صفحه P و Q موازی است.

(۲) در هر کدام از صفحات P و Q حداقل یک خط وجود دارد که با خط L موازی است.

(۳) دو صفحه P و Q فصل مشترکی دارند که با خط L موازی است.

(۴) خط L بر فصل مشترک‌های دو صفحه Q و R و دو صفحه P و R عمود است.

۲۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر در فضای سه بعدی درست است؟

الف) دو خط که با یک صفحه زاویه‌های مساوی بسازند، موازیند.

ب) اگر سه نقطه متمایز A و B و C در صفحه‌های P و P' باشند آنگاه P و P' یکی هستند.

ج) اگر دو صفحه موازی باشند هر خط در یکی از آنها با صفحه دیگر موازی است.

د) دو صفحه موازی با یک خط با هم موازیند.

ه) هر یال مکعب با پنج یال دیگر آن متنافر است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

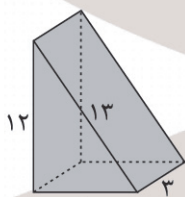
۲۲- در منشور زیر مجموع مساحت‌های نمای بالا و نمای روبه‌رو برابر کدام است؟

(۱) ۷۵

(۲) ۶۹

(۳) ۴۵

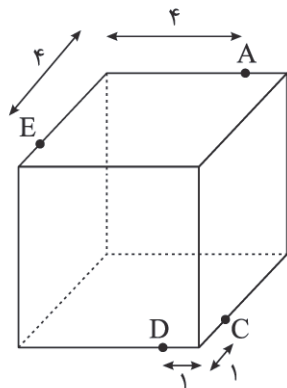
(۴) ۵۴



نمای روبه‌رو

محل انجام محاسبات

۲۳- مطابق شکل یک مکعب به طول یال ۵ واحد را با صفحه‌ای برش زده‌ایم به طوری که این صفحه از نقاط A و E و C و D بگذرد. مساحت



این سطح مقطع کدام است؟

(۱) $\frac{25\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{25\sqrt{6}}{4}$

(۳) ۲۵

(۴) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

۲۴- دو کره به شعاع‌های ۶ و ۸ و طول خط‌المركزین ۱۰ را در نظر بگیرید. اگر از مراکز دو کره به نقاط تلاقی دو کره وصل کنیم، حجم جسم

حاصل چند برابر π است؟

(۲) $\frac{384}{5}$

(۱) $\frac{384}{10}$

(۴) $\frac{576}{10}$

(۳) $\frac{576}{5}$

۲۵- در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر نقطه M وسط ضلع BC باشد، نسبت حجم حاصل از دوران مثلث $\triangle ABM$ حول میانه

AM به حجم حاصل از دوران مثلث $\triangle ACM$ حول AM کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) ۱

(۱) $\frac{3}{2}$

۲۶- چند تا از گزاره‌های زیر درست هستند؟

(الف) دو خط d و Δ مفروض‌اند. از دوران d حول Δ سطح مخروطی ایجاد می‌شود.

(ب) صفحه‌ای که از محور سطح مخروطی می‌گذرد، آن را در دو خط متقاطع برش می‌زند.

(ج) فصل مشترک صفحه با سطح استوانه‌ای نمی‌تواند یک مستطیل باشد.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۷- دو نقطه A و B به فاصله ۴ واحد از یکدیگر قرار دارند. اگر هیچ نقطه‌ای در صفحه نباشد که از A به فاصله ۲ و از B به فاصله m باشد،

برای m چند مقدار طبیعی کمتر از ۱۰ می‌توان یافت؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

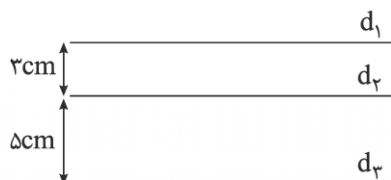
محل انجام محاسبات

۲۸- مکان هندسی مرکز ثقل مثلث‌های قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$) به شرطی که رأس‌های B و C ثابت و به فاصله ۱۰ واحد از یکدیگر قرار بگیرند، کدام گزینه است؟

(۱) خطی به موازات BC و به فاصله $\frac{5}{3}$ از آن. (۲) دایره‌ای به مرکز وسط BC و به شعاع $\frac{5}{3}$.

(۳) دو خط به موازات BC و به فاصله‌های $\frac{5}{3}$ از آن. (۴) دایره‌ای به مرکز وسط میانه وارد بر وتر و به شعاع $\frac{5}{3}$.

۲۹- سه خط دایره دو موازی d_1, d_2, d_3 و مطابق شکل مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی از صفحه که قدرمطلق تفریق فاصله‌های آنها از d_3 و d_1 برابر مجموع فاصله‌های آنها از d_2 باشد، کدام است؟



(۱) یک خط

(۲) دو خط موازی

(۳) حداکثر دو خط موازی

(۴) وجود ندارد

۳۰- مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ که در آن $\hat{A} = 90^\circ, AB = 4$ و $AC = 6$ مفروض است. چند نقطه درون این مثلث وجود دارد که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله بوده و نسبت فاصله‌اش از ضلع AB به فاصله‌اش از ضلع AC برابر $\frac{2}{3}$ باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) حداکثر ۱ (۴) ۲

۳۱- در چند جایگشت از حروف کلمه «copyright» بین حروف‌های t و c و همچنین بین حروف‌های o و y دقیقاً یک حرف قرار دارد؟

(۱) $128 \times 5!$ (۲) $160 \times 5!$ (۳) $80 \times 5!$ (۴) $120 \times 5!$

۳۲- با جایگشت ارقام $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ عددی هشت رقمی به صورت $X_1X_2X_3\dots X_8$ ساخته‌ایم. در چند عدد $X_2 < X_7 < X_8$ و $X_2 < X_3 < X_4$ همواره برقرار است؟

(۱) ۱۳۴۴ (۲) ۳۳۶ (۳) ۲۰۲۴ (۴) ۲۰۱۶

۳۳- به چند روش می‌توان ۱۰ مداد رنگی متمایز را در یک ردیف مرتب کرد به طوری که بین مداد قرمز و آبی ۳ مداد فاصله بیفتد؟

(۱) $10 \times 8!$ (۲) $12 \times 8!$ (۳) $3 \times 8!$ (۴) $14 \times 8!$

۳۴- اگر $a^2 - 2 \equiv a^m$ و $(m, a+1) = 1$ باشد و $a^2 - 2a \equiv b$ ، آنگاه b کدام عدد صحیح می‌تواند باشد؟ (m عدد طبیعی و دورقمی می‌باشد).

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۵- اگر $5^{200} + 7^{200} \in [r]_{35}$ باشد، رقم یکان $(r+1)^{100}$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۳۶- P عددی اول و $9 = P - 4x^2$ است. اگر معادله هم‌نهشتی $mx \equiv 20 \pmod{P}$ برقرار باشد، چند جواب طبیعی دورقمی برای m یافت می‌شود؟
(x عدد طبیعی است.)

۱۳ (۱) ۱۷ (۲) ۲۲ (۳) ۴۴ (۴)

۳۷- x و y اعداد صحیح و $505 = 205x - 305y$ است. حداقل مقدار مثبت $x + y$ کدام است؟

۵ (۱) ۱۰۲ (۲) ۷۹ (۳) ۹۷ (۴)

۳۸- اگر نقاطی با مختصات صحیح در رابطه $4^x \times 2^{5y} = 512$ صدق کنند، مجموع باقیمانده‌های $2x - 1$ بر 30 کدام است؟

۲۱ (۱) ۳۹ (۲) ۲۸ (۳) ۱۶ (۴)

۳۹- علی سومین یکشنبه هر ماه برای استراحت به خارج از شهر می‌رود. اگر ۱۹ شهریورماه به خارج از شهر رفته باشد، چندم بهمن باید به خارج از شهر برود؟

۱۱۴ (۱) ۱۱۶ (۲) ۱۱۹ (۳) ۱۲۰ (۴)

۴۰- عدد $98a7a$ بر ۱۱ و عدد $1752b$ بر ۳ و ab بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد، معادله $ax + by = 1404$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۱۰۰ (۱) ۱۵۵ (۲) ۱۶۱ (۳) ۱۲۸ (۴)